Секция «Математика»

Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений с разностными индексами типа плавного перехода

Гавриленко Юлия Юрьевна
E-mail: ginger-tea@mail.ru

Теория бесконечных систем линейных алгебраических уравнений с бесконечным числом неизвестных имеет широкое применение в решении граничных задач, в теории интегральных уравнений и дифференциальных уравнений.

Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ) типа свёртки являются аналогом интегральных уравнений типа свёртки. Дискретной свёрткой относительно преобразования Лорана называется вектор h:

$$h_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{n-k}x_k,\ n = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \tag{1}$$

где векторы x и a принадлежат классу $\{0\}$ [1], т.е. удовлетворяют условию

$$|a_n| < \frac{M}{n^{1+\lambda}},\ 0 < \lambda \leq 1. \tag{2}$$

В монографии Гахова Ф.Д., Черского Ю.И. [1] рассматриваются БСЛАУ с разностными коэффициентами вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_{n-k}x_k + \sum_{k=-1}^{\infty} b_{n-k}x_k = c_n,\ n = 0, \pm 1, \pm 2, ... \tag{3}$$

Они являются аналогами уравнений типа свёртки с двумя ядрами. Рассмотрены также парные БСЛАУ и типа Винера-Хопфа. В работе Ю. И. Черского [4] изучены более сложные дискретные непрерывные системы. В. С. Рогожин впервые с помощью преобразования Лорана свёл решения дискретных аналогов уравнений с двумя ядрами к краевой задаче Римана в классе $\{r, R\}$ [1]

Ф. Д. Беркович [3] исследовал бесконечные системы с разностными и суммарными индексами вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_{n-k}x_k + \sum_{k=0}^{\infty} b_{n+k}x_k = c_n,\ n = 0, 1, 2, ... \tag{4}$$

В случае, когда $\{a_n\}_{-\infty}^{\infty} \in l_1, \{b_n\}_0^{\infty} \in l_1, \{c_n\}_0^{\infty} \in l_2$, а решение $\{x_n\}_0^{\infty}$ ищется в гильбертовом пространстве, Ф. Д. Беркович исследовал систему

$$x_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{i-k}x_k + b_i,\ i = 0, \pm 1, \pm 2, ... \tag{5}$$

в пространствах последовательностей $l^{(s)}$ и $m^{(s)}$. Для решения предполагается, что $\{a_n\}, \{b_n\} \in l^{(s)}$, а свободный член $c = \{c_n\} \in m^{(s)}$. Решение f_n ищут в $m^{(s)}$. Доказывается, что в этих предположениях система (5) эквивалентна краевой задаче типа Карлемана в классе обобщённых функций $(\omega^{(\alpha)})*$.

В работах Фёдорова Ф. М. [5] исследуется широкий класс БСЛАУ с периодическими коэффициентами.

В данной работе рассматриваются БСЛАУ с разностными индексами типа плавного перехода (аналоги интегрального уравнения типа плавного перехода) [1], [6] вида

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{n-k}x_k + \sigma(n) \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_{n-k}x_k = g_n,\ n = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \tag{6}$$

где $\sigma(n) = \frac{\alpha r^n + \beta}{\gamma r^n + 1}$ и их аналоги. БСЛАУ (6) сводится к задаче Карлемана с искомой аналитической функцией в концентрических кольцах. Получены условия разрешимости, при выполнении которых решения строятся в явном виде.

Выражается благодарность научному руководителю Лукьяненко В. А. за постановку первоначальной задачи и поддержку.

Источники и литература

1) Гахов Ф. Д., Черский Ю. И. Уравнения типа свёртки – М. Наука, 1978. – 296 с.
2) Беркович Ф. Д. О решении одной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений в классе растущих последовательностей // Докл. АН СССР. – 1963. – Т. 149, № 3. – С. 495-498.
3) Черский Ю. И. Дискретно-непрерывная система уравнений свёртки // Изв. вузов. Матем. – 1999. – № 10. – С. 81-82
4) Фёдоров Ф. М. Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений и их приложения – Новосибирск: Наука, 2011. – 335 с.
5) Лукьяненко В. А. Уравнение плавного перехода в семействе пространств обобщённых функций //Таврический вестник информатики и математики. – 2005. – № 2. – С. 109-125