

Секция «Математика и механика»

Сильная эллиптичность одного класса функционально-дифференциальных уравнений с ортотропными сжатиями

Тасевич Алла Львовна

Аспирант

РУДН - Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и
естественных наук, Москва, Россия

E-mail: atasevich@gmail.com

Пусть B_r - круг радиуса r . Рассмотрим следующее функционально-дифференциальное уравнение в B_r :

$$A_R u(x) = - \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \left(R_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(R_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) \right) = f(x), \quad (1)$$

$$R_i u(x_1, x_2) = a_{i0} u(x_1, x_2) + a_{i1} u \left(\frac{x_1}{q}, px_2 \right) + a_{i,-1} u \left(qx_1, \frac{x_2}{p} \right). \quad (2)$$

Здесь $p, q > 1$; $a_{ij} \in \mathbb{C}$, ($i = 1, 2; j = 0, \pm 1$); $f(x) \in L_2(B_r)$. Будем продолжать функцию $u(x)$ нулем перед применением к ней операторов R_i , $i = 1, 2$.

Уравнение (1)-(2) будем называть сильно эллиптическим в $\overline{B_r}$, если $\exists c_1 > 0, c_2 \geq 0$, что для всех $u \in C_0^\infty(B_r)$ выполнено неравенство типа Гординга

$$\operatorname{Re}(A_R u, u)_{L_2(B_r)} \geq c_1 \|u\|_{W_2^1(B_r)}^2 - c_2 \|u\|_{L_2(B_r)}^2 \quad (3)$$

Для дифференциально-разностных уравнений проблема нахождения алгебраического эквивалента неравенству (3) была решена А.Л. Скубачевским [2], а для функционально-дифференциальных уравнений с изотропными сжатиями - Л.Е. Россовским [1].

Теорема 1. Уравнение (1)-(2) является сильно эллиптическим в области $\overline{B_r}$ тогда и только тогда, когда

$$\operatorname{Re} \sum_{i=1}^2 \left(\xi_i^2 \left(a_{i0} + a_{i1} \lambda + a_{i,-1} \frac{1}{\lambda} \right) \right) > 0.$$

при $|\lambda| = \sqrt{\frac{q}{p}}$, $|\xi| = 1$.

Литература

1. Россовский Л.Е. Об одном классе секториальных функционально-дифференциальных операторов, Дифф. ур. 2012. Т. 48, № 2. С. 227-237.
2. Skubachevskii A.L. The first boundary value problem for strongly elliptic differential-difference equations, J. Diff. Equat. 1986. Т. 63, № 3. С. 332-361.

Слова благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 10-01-00395, № 12-01-31454).