Секция «Математика и механика»

Круговая дихотомия спектра несамосопряженного оператора, являющегося разностью антисимметричного и нормального, и приложение к дифференциальным операторам

Марюшенков Станислав Владимирович

Аспирант

Воронежский государственный университет, Факультет прикладной математики, информатики и механики, Воронеж, Россия

E-mail: stasint1@mail.ru

Пусть H– комплексное гильбертово пространство, $EndH$– алгебра ограниченных линейных операторов, действующих в H, $L_2 = L_2(\mathbb{R}, H)$– пространство Лебега суммируемых с квадратом функций, $W_2^1(\mathbb{R}, H) = \{x \in L_2$ абс. непр. $: \dot{x} \in L_2\}$– пространство Соболева. Будем считать, что оператор $A : D(A) \subset H \to H$ – антисиметричный, а оператор $B \in EndX$– нормальный обратимый оператор. В работе получены условия круговой дихотомии оператора $L = A - B$ и пример приложения к дифференциальному оператору. Отметим, что данная работа является обобщением работы [1], в которой B– самосопряженный оператор.

Теорема. Пусть $Q : \mathbb{R} \to EndH$, $Q(t)$, $t \in \mathbb{R}$– нормальные обратимые операторы и справедливо одно из условий $\sup\limits_{t\in\mathbb{R}} \|\frac{dQ}{dt}(t)\| < \chi_0(Q)\chi(Q)$ или $\sup\limits_{t\in\mathbb{R}} \|Q(t)\frac{dQ}{dt}(t) - \frac{dQ}{dt}Q(t)\| < \chi_0(Q)\chi(Q)^2$, где $\chi(Q) = \chi_+(Q) + \chi_-(Q)$, $\chi_0(Q) = min\{\chi_+(Q), \chi_-(Q)\}$, $\chi_+(Q) = \inf\limits_{t\in\mathbb{R}} \min\limits_{\lambda\in\sigma(Q(t))\cap\mathbb{C}_+} Re\lambda$, $\chi_-(B) = \inf\limits_{t\in\mathbb{R}} |\max\limits_{\lambda\in\sigma(Q(t))\cap\mathbb{C}_-} Re\lambda|$. Тогда дифференциальный оператор $L = \frac{d}{dt} - Q(t) : D(A) = W_2^1(\mathbb{R}, H) \subset L_2 \to L_2$ обратим и норма обратного оператора имеет соответствующую (каждому случаю теоремы) оценку:

$$\|L^{-1}\| \le \frac{\chi(Q)}{\chi_0(Q)\chi(Q) - \sup\limits_{t\in\mathbb{R}} \|\frac{dQ}{dt}(t)\|};$$

$$\|L^{-1}\| \le \frac{\chi(Q)^2}{\chi_0(Q)\chi(Q)^2 - \sup\limits_{t\in\mathbb{R}} \|Q(t)\frac{dQ}{dt}(t) - \frac{dQ}{dt}Q(t)\|}.$$

Литература

1. Баскаков А. Г. Дихотомия спектра несамосопряженных операторов // Сиб. мат. журнал, 1991. Т. 32, No. 3. С. 24-30.