Секция «Математика и механика»

Ниль-радикалы колец эндоморфизмов вполне разложимых групп без кручения

Буданов Александр Викторович
Аспирант
Томский государственный университет, Механико-математический факультет, Томск, Россия
E-mail: alexandrbud@mail.ru

В теории колец эндоморфизмов абелевых групп изучаются соотношения между свойствами данной абелевой группы и свойствами ее кольца эндоморфизмов. При изучении строения кольца эндоморфизмов группы, обладающей данным набором свойств, возникает задача описания его радикалов, прежде всего его ниль-радикала и радикала Джекобсона. Проблему описания элементов из радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов примарной абелевой группы поставил Пирс [4]. Радикал Джекобсона и ниль-радикал колец эндоморфизмов групп без кручения изучал Крылов [1]. Обзор результатов, полученных в данном направлении, содержится в монографии [2].

Результатом проведенного исследования является описание первичного радикала, радикала Левицкого и ниль-радикала кольца эндоморфизмов вполне разложимой абелевой группы без кручения. Решенные задачи входят в проблемы, сформулированные в [3].

Введем ряд обозначений. Пусть G — вполне разложимая абелева группа без кручения. Зафиксируем ее разложение в прямую сумму групп ранга 1: $G = \bigoplus_{i\in I} A_i$. Известно, что в этой ситуации кольцо эндоморфизмов $E(G)$ группы G изоморфно кольцу R всех сходящихся по столбцам $I \times I$ матриц $[\alpha_{ij}]$ с элементами $\alpha_{ij} \in Hom(A_j, A_i)$. Обозначим $\nu(R)$ множество таких матриц $\alpha = [\alpha_{ij}] \in R$, что если $t(A_i) = t(A_j)$, то $\alpha_{ij} = 0$ и существует натуральное число $n = n(\alpha)$ такое, что если элементы $\alpha_{i_1j_1}, \alpha_{i_2j_2}, \ldots, \alpha_{i_kj_k}$ отличны от нуля и $t(A_{i_1}) \leq t(A_{j_2}), t(A_{i_2}) \leq t(A_{j_3}), \ldots, t(A_{i_{k-1}}) \leq t(A_{j_k})$, то $k < n$. Сумму всех нильпотентных идеалов кольца K обозначим $N_0(K)$, $P(K)$ — его первичный радикал, $L(K)$ — его радикал Левицкого и $N(K)$ — его ниль-радикал. Основным результатом является следующая теорема.

Теорема. Во введенных выше обозначениях $\nu(R) = N_0(R) = P(R) = L(R) = N(R)$.

Литература

1. Крылов П. А. Радикалы колец эндоморфизмов абелевых групп без кручения, Матем. сб., 95(137):2(10) (1974), С. 214–228.

2. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. М.: Факториал Пресс, 2006.

3. Мисяков В.М. Некоторые вопросы теории абелевых групп // Всероссийская конференция по математике и механике. Тезисы докладов. Томск: Томский государственный университет, 2008. С. 55.

4. Pierce R.S. Homomorphisms of primary Abelian groups //Topics in Abelian groups (Proc. Sympos.,New Mexico State Univ., 1962), Scott, Foresman and Co., Chicago, Ill.,1963. p. 215-310.