

Секция «Математика и механика»

Об оптимальных ДНК кодах для неаддитивного стебельного расстояния.

Полянский Никита Андреевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: nikitapolyansky@gmail.com

В работе рассматривается ДНК код длины n с неаддитивным стебельным расстоянием d . Исследуется задача оценки максимального объема такого кода, т.е. величины $\widehat{N}(n, d)$. В частности, придуманы конструкции кодов, близких к оптимальным, при $d = 2$.

Теорема 1. Если $2 \leq d \leq n/2$, тогда максимальный объем ДНК $(\widehat{n}, \widehat{d})$ -кодов удовлетворяет следующим неравенствам

$$\begin{aligned}\widehat{N}(n, d) &\leq \frac{4^{n-d+1} - 4^{(n-d+1)/2} + 4^{d-1}}{2} \quad \text{если } n - d + 1 \text{ четно,} \\ \widehat{N}(n, d) &\leq \frac{4^{n-d+1} + 4^{d-1}}{2} \quad \text{если } n - d + 1 \text{ нечетно.}\end{aligned}$$

Теорема 2. Если $d = 2$ и $n = 2m$, $m = 2, 3, 4, \dots$, тогда максимальный объем ДНК $(\widehat{n}, 2)$ -кода удовлетворяет неравенству

$$\widehat{N}(n, 2) \geq 2 \cdot 4^{n-2} = \frac{1}{2} \cdot 4^{n-1}, \text{ где } n = 2m, m = 2, 3, 4, \dots$$

т.е. разница в оценках границы снизу и сверху величины $\widehat{N}(n, D)$ не превосходит 2.

Теорема 3. Если $d = 2$ и $n \geq 7$ нечетно, тогда максимальный объем ДНК $(\widehat{n}, 2)$ -кода удовлетворяет неравенству

$$\widehat{N}(n, 2) \geq \frac{n-5}{2(n-1)} \left(4^{n-1} - 2 \cdot 4^{\frac{n-1}{2}} \right).$$

Если $d = 2$ и $n \rightarrow \infty$, то Теоремы 2-3 показывают, что существует код, объем которого асимптотически совпадает с верхней границей.

Литература

- Дьячков А.Г., Виленкин П.А., Исмагилов И.К., Сарбаев Р.С., Макула А., Торни Д., Уайт С. О ДНК-кодах // Проблемы передачи информации, 2005, В.41, Т.4, С.57-77.
- D'yachkov A., Voronina A., Alekseev A., Sharonov D., Volkova Ju., On Linear DNA Codes for Stem Distance // Proc. 12th Int. Workshop Algebraic and Combinatorial Coding Theory, Novosibirsk, Russia, 2010, P.132-137.

Слова благодарности

Автор благодарен за идеи, замечания и предложения своему научному руководителю Дьячкову А.Г.