Секция «Математика и механика»

Предельные теоремы для количества занятых приборов в бесконечноканальной системе с неограниченным средним времени обслуживания

Чернавская Екатерина Александровна
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: Chernavskayaak@mail.ru

Рассматривается бесконечноканалная СМО с дважды стохастическим пуассоновским входящим потоком.

Дважды стохастический пуассоновский процесс (ДСПП) $A(t)$ определяется с помощью случайной замены времени:$A(t) = A^*(\Lambda(t))$, где $\{\Lambda(t), t \in (-\infty, \infty)\}$−стохастический процесс с неубывающими траекториями и $\{A^*(t), t \in (-\infty, \infty)\}$− стандартный пуассоновский процесс, не зависящий от $\Lambda(t)$.

Мы считаем, что $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(y, \omega)dy$ и $\lambda(y)$− неотрицательный локально интегрируемый стационарный случайный процесс со средним λ. Предполагаем также, что существует константа λ^* такая, что $P(\lambda(t) \leq \lambda^*) = 1$, для любого t.

Функция распределения $B(x)$ времени обслуживания такова, что $\int_0^t \overline{B}(y)dy \sim ct^\beta$, $\beta > 0$. Поэтому среднее время обслуживания бесконечно. Здесь $\overline{B}(t) = 1 - B(t)$.

Обозначим $\rho(t) = \int_0^t \overline{B}(t-x)\lambda(x)dx$ и $r(t) = cov(\lambda(0), \lambda(t))$.

Рассмотрим процесс $q(t)$− количество требований в системе в момент t при начальном условии $q(0) = 0$. Вероятность того, что в момент времени t длина очереди составит k выражается формулой

$$P(q(t) = k) = E\frac{(\rho(t))^k}{k!}e^{-\rho(t)}$$

Производящая функция для процесса $q(t)$ имеет следующий вид:

$$P(z, t) = Ee^{-\rho(t)(1-z)}$$

Теорема 1.
Если $|r(t)| \leq ct^{-\alpha}$ и $\alpha + \beta \geq 3 + \delta$, для некоторого $\delta > 0$, то

$$\frac{q(t)}{E\rho(t)} \xrightarrow{p} 1 \text{ , при } t \to \infty$$

Теорема 2.
Если $|r(t)| \leq ct^{-\alpha}$ и $\alpha + \beta \geq 3 + \delta$, для некоторого $\delta > 0$, то

$$\frac{q(t) - E\rho(t)}{\sqrt{E\rho(t)}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1), \text{ при } t \to \infty$$

Литература

1. Афанасьева Л. Г. , Булинская Е. В. *Случайные процессы в теории массового обслуживания и управления запасами, с. 15-16, с. 50.*

2. Grandell, J. (1976). Doubly stochastic Poisson process. *Lecture Notes in Mathematics, 529:1-276.*