

Вероятностная динамическая эпистемическая логика как метод для решения вероятностных парадоксов**Научный руководитель – Долгоруков Виталий Владимирович****Нечагина Светлана Михайловна***Студент (бакалавр)*

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Факультет гуманитарных наук, Москва, Россия

E-mail: smnechagina@gmail.com

Одним из средств для разрешения вероятностных парадоксов, таких как парадокс Монти Холла [6] или парадокс трёх узников [1] [2], является вероятностная динамическая эпистемическая логика. Подобные парадоксы – это задачи, порождающие когнитивные искажения и затруднения в вычислении вероятностей; а их решением стоит считать прояснение правильных вероятностных значений. PDEL (probabilistic dynamic epistemic logic) обладает необходимым аппаратом для разрешения подобных задач. Кроме того, вероятностная динамическая эпистемическая логика в этом аспекте обладает рядом преимуществ перед теорией вероятностей. Во-первых, в PDEL возможна формализация логического вывода, так что стандартные логические инструменты могут быть использованы для определения корректности этого вывода [7]. Во-вторых, в этой логике принимается во внимание информация высокого порядка (метазнание и метамнение) в то время, как в теории вероятностей не существует их эксплицитного представления [3].

PDEL – это расширение модальной логики, совмещающее черты вероятностной эпистемической логики и динамической эпистемической логики. С одной стороны, как и вероятностная эпистемическая логика, PDEL позволяет отразить степень веры агента в то, что определённое положение вещей имеет место. Это происходит не посредством ранжирования возможных миров, как это было, например, в доклатической логике, но через приписывание вероятности множеству миров агентом. Существует несколько способов задать вероятностную функцию. Одним из способов является атрибуция вероятности миру w_n с учётом того, какой мир в модели является действительным [7]. Другой же способ учитывает вероятность информационного множества, элементом которого является мир w_n , по отношению к другим представленным в модели информационным множествам [4]. Однако вне зависимости от того, каким образом задана функция – в рамках PDEL всегда совмещается несколько типов вероятностей (априорная, ситуативная и наблюдения), каждая из которых имеет значение при разрешении вероятностных парадоксов. С другой стороны, как и динамическая эпистемическая логика, PDEL работает с изменениями информационного состояния [5]: показывает, как преобразуется априорная модель, если происходит то или иное событие. В вероятностных парадоксах речь идёт о подобных событиях (например, открытии двери или сообщении о том, какой узник будет казнён) и влиянии, которое они оказывают на информационную ситуацию. Модельная структура в PDEL состоит из трёх моделей [4]: априорной, событийной и результирующей, где результирующая является произведением априорной и событийной.

Априорная модель при заданных Ag и At - $M = (W, \{\sim_i\}_{i \in Ag}, \{\pi_i\}_{i \in Ag}, V)$. Здесь W – множество миров; \sim_i – множество отношений эквивалентности для i на W ; π_i – априорная вероятностная функция; V – функция оценки на W ; Ag – множество агентов; At – множество пропозициональных переменных. В отношении парадоксов априорная модель отражала бы изначальное информационное состояние агента до того, как произойдёт то

или иное событие. Это состояние до того, как Монти Холл откроет одну из трёх дверей, или стражник поговорит с одним из узников.

Событийная модель при заданных Ag и At - $A = (E, \{\sim_i\}_{i \in Ag}, \Phi, \{\pi_i\}_{i \in Ag}, pre)$. Здесь E – множество миров; \sim_i – множество отношений эквивалентности для i на E ; Φ – множество попарно несовместных предусловий; π_i – эпистемическая вероятностная функция (вероятность наблюдения); pre – ситуативная вероятностная функция; Ag – множество агентов; At – множество пропозициональных переменных. Событийная модель в рассматриваемом случае отражает, при каких положениях дел и с какой вероятностью возможны те или иные события (открытие конкретной двери или конкретное сообщение стражника), а также насколько эти события различимы для агентов. Особенный интерес представляет задача об узниках, где разные агенты по-разному оценивают вероятность событий.

Результирующая модель при заданных Ag и At - $M \times A = M' = (W', \{\sim'_i\}_{i \in Ag}, \{\pi'_i\}_{i \in Ag}, V')$, где

- $W' = \{(w, e) | w \in W, w \in E, pre(w, e)gt; 0\}$
- $(w, e) \sim'_i (w', e')$ если и только если $w \sim_i w'$ и $e \sim_i e'$
- $V'(w, e) = V(w)$
- $\pi'_i(w, e) := \frac{\pi_i(w|[w]_i) * pre(w, e) * \pi_i(e|[e]_i)}{\sum_{w' \in W, e' \in E} \pi_i(w'|[w]_i) * pre(w', e') * \pi_i(e'|[e]_i)}$

В докладе я представлю формальное решение парадокса трёх узников, сопоставляя его с решением парадокса Монти Холла и уточнив, какой из способов задать вероятностную функцию предпочтителен для решения такого типа задач.

Источники и литература

- 1) Gardner M., Mathematical Games // Scientific American, 201(4):181-192, 1959.
- 2) Gardner M., Mathematical Games // Scientific American, 201(5):174-184, 1959.
- 3) Kooi, B., Probabilistic dynamic epistemic logic // Journal of Logic, Language and Information, 12 (4): 381–408, 2003.
- 4) Pacuit E., Dynamic Epistemic Logic I: Modeling Knowledge and Belief // Philosophy Compass, 8(9): 798-814, 2013.
- 5) Pacuit E., Dynamic Epistemic Logic II: Logics of Information Change // Philosophy Compass, 8(9): 815-833, 2013.
- 6) Selvin S., On the Monty Hall problem (letter to the editor) // American Statistician, 29 (3): 134, 1975.
- 7) Van Benthem J., Gerbrandy J., Kooi B., Dynamic Updates with Probabilities // Studia Logica, 93(1): 67-96, 2009.