Секция «Теория упругости»

Алгоритм Монте-Карло для нахождения коэффициентов аппроксимации функции в контактных задачах для цилиндра.

Научный руководитель – Пожарский Дмитрий Александрович

Zolotov Nikita Борисович
Студент (бакалавр)
Донской государственный технический университет, Факультет информатики и вычислительной техники, Кафедра прикладной математики, Ростов-на-Дону, Россия
E-mail: donni_ di2@list.ru

В ходе работы были рассмотрены аппроксимации двух контактных задачи для цилиндра. Первая задача о чистом кручении полого цилиндра (внутренний радиус которого R, а внешний R_1) втулкой длиной $2a$, помещённой внутрь цилиндра. Вторая, осесимметричная контактная задача теории упругости о взаимодействии жесткого кольцевого бандажа конечной длины с бесконечным полым круговым цилиндром [1]. Предложена новая аппроксимация $LA(k, \nu, u, E, B, A, G, G_1, ..., G_n)$ символа ядра интегрального уравнения (ИУ) этих задач, содержащих функции $L(k, \nu, u)$, эффективная при любой толщине стенок цилиндра. Аппроксимирующая функция:

$$LA(k, \nu, u, E, B, A, G, G_1, ..., G_n) = \frac{\sqrt{u^2 + B^2}}{u^2 + C^2} e^{\frac{D}{\sqrt{u^2+E^2}}} \prod_{i=1}^{n} \frac{u^2 + A^2 G_i^2}{u^2 + G_i^2} \tag{1}$$

Коэффициенты D и C^2 определяются исходя из поведения функции $L(k, \nu, u)$ в 0 и бесконечности. Для нахождения коэффициентов аппроксимации минимизируется невязка аппроксимации $LA(k, \nu, u, E, B, A, G, G_1, \ldots, G_n)$ заданной на множестве $C_M[0, \infty)$ функции $L(k, \nu, u)$, если $E, B, A, G, G_1, \ldots, G_n$ – подгоночные коэффициенты, $k = \frac{R}{R_1}$ - отношение радиусов. Невязка определяется по норме $||f||_{C_M[0,\infty)} = max|f(u)|$:

$$P = \left|\frac{L(k, \nu, u) - LA(k, \nu, u, E, B, A, G, G_1, ..., G_n)}{L(k, \nu, u)}\right| \tag{2}$$

Последовательность работы алгоритма Монте-Карло:

1) Для каждого коэффициента задаётся интервал допустимых значений.
2) Генератором псевдослучайных чисел, каждому коэффициенту присваивается случайное значение, равномерно распределенное внутри заданного интервала.
3) Для соответствующей выбранным коэффициентам невязки определяется максимум $P_{\max}$ по переменной u.
4) Полученная величина $P_{\max}$ сравнивается с лучшим из полученных ранее результатов $\Theta_{\min}$ (до проведения статистического моделирования этот результат задается на некотором близком к приемлемому уровне, например, 25%). Если $P_{\max} < \Theta_{\min}$, значение погрешности $\Theta_{\min}$ улучшается результатом $P_{\max}$. Соответствующие значения $E_i, B_i, A_i, G_i, G_{i1}, \ldots, G_{in}$ принимаются на данном этапе наилучшими – $E_m, B_m, A_m, G_m, G_{m1}, \ldots, G_{mn}$.

Испытания прекращаются по достижении заданного качества аппроксимации и/или, если превышено заданное число статистических розыгрышей.

Источники и литература

1) Развитие теории контактных задач в СССР. Под ред. Л.А. Галина. М.: Наука, 1976. 493 с.