

**О свойствах замыкания с операцией обращения на множестве функций
 k -значной логики**

Научный руководитель – Дудакова Ольга Сергеевна

Стародубцев Дмитрий Евгеньевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: dmitry.starod@gmail.com

Исследование относится к теории функциональных систем. Известно, что семейство замкнутых классов булевых функций имеет счётную мощность [6], а семейство замкнутых классов функций k -значной логики при $k \geq 3$ имеет мощность континуума [5]. В ряде работ (см., например, обзор [4]) рассматриваются различные усиления операции суперпозиции, что позволяет получить более устроенную решетку классов функций, замкнутых относительно новых операций. Данная работа также относится к этому направлению исследований.

Вводится операция обращения, которая в некотором смысле является обратной к операции отождествления переменных. Для исследования свойств операции она добавляется к операции суперпозиции, определённой на множестве функций k -значной логики. Исследуется мощность множества классов функций k -значной логики, замкнутых относительно этих двух операций. Определяется несколько разновидностей операции обращения, рассматривается зависимость числа замкнутых классов от выбранной разновидности.

"Сильный" и "слабый" варианты операции обращения на множестве функций k -значной логики рассмотрены в работах [2] и [3] соответственно. "Сильный" вариант операции обращения на множестве булевых функций рассматривался также в дипломной работе Н. Т. Мартыновой [1]. В ней описаны соответствующие замкнутые классы, а также показано, что в P_2 не существует конечных полных множеств функций при замыкании относительно операций обращения (в "сильном" варианте), отождествления переменных, переименования переменных и введения фиктивных переменных. В настоящей работе представлены результаты, связанные с третьим, "промежуточным" вариантом операции обращения.

Источники и литература

- 1) Мартынова Н. Т. Вопросы полноты для некоторых функциональных систем булевых функций. — Дипломная работа. МГУ им. М. В. Ломоносова. Москва, 2011.
- 2) Стародубцев Д. Е. Классы функций многозначной логики, замкнутые относительно операций суперпозиции и обращения. Материалы X молодежной научной школы по дискретной математике и ее приложениям (Москва, 5–11 октября 2015 г.) / Под редакцией А. В. Чашкина. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 2015. — С. 69–73.
- 3) Стародубцев Д. Е. Мощность множества дельта-замкнутых классов функций многозначной логики. Материалы XII Международного семинара "Дискретная математика и ее приложения" имени академика О. Б. Лупанова (Москва, МГУ, 20–25 июня 2016 г.) / Под редакцией О. М. Касим-Заде. — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 2016. — С. 223–226.

- 4) Угольников А. Б. О некоторых задачах в области многозначных логик. Материалы X Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» (Москва, МГУ, 1–6 февраля, 2010 г.) / Под редакцией О. М. Касим-Заде. — М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2010. — С. 18–34.
- 5) Янов Ю. И., Мучник А. А. О существовании k -значных замкнутых классов, не имеющих конечного базиса // Докл. АН СССР. — 1959. — Т. 127, №1. — С. 44–46.
- 6) Post E. L. The two-valued iterative systems of mathematical logic // Annals of Math. Studies, v. 5, Princeton Univ. Press, Princeton — London, 1941.