Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Условия обхода роботом с генератором случайных битов целочисленной многомерной решетки

Научный руководитель – Канель-Белов Алексей Яковлевич

Кондакова Елизавета Григорьевна

Студент (магистр)

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: likogra@gmail.com

В этом докладе разбираются случаи и условия необходимые для обхода решетки $\mathbb{Z}^k$ роботом со случайными битами. Это одна из вариаций большого класса задач, где изучаются возможности обхода разнообразных графов одним или группой детерминированных автоматов, иногда с улучшениями типа магазинной памяти или случайных битов [1, 2]. Ниже будем подразумевать под роботом недетерминированный конечный автомат, коим по сути и является робот со случайными битами.

Наиболее простой случай—это возможность обойти роботом $\mathbb{Z}^2$. Робот просто реализует случайное блуждание. Обойти $\mathbb{Z}^3$ уже не представляется возможным, но доказательство этого требует небольшой работы для сведения возможности обхода к существованию возвратного блуждания с тремя некомпланарными векторами. Робот обходит решетку, если для любой клетки вероятность в нее попасть равна единице.

Интересно рассмотреть и менее тривиальные случаи. При наличии камня (предмет, который робот может распознать и перемещать), возможен обход $\mathbb{Z}^4$, но не $\mathbb{Z}^5$. Для этого случая удобно рассматривать робота, как двух. Один из которых перемещается без камня, а второй вместе с ним. Тогда обход $\mathbb{Z}^4$ можно получить перемножением случайных блужданий на плоскости, которое из-за возвратности обойдет все.

Кроме того, в докладе будут разобраны следующие случаи. Обход $\mathbb{Z}^6$ при наличии камня и кирпича и невозможности обхода $\mathbb{Z}^7$. Кирпичом считается предмет, который робот распознает, но не может переносить. Идея доказательства построена на том, что необходимым условием обхода решетки является ограниченность возможного положения камня. Оно будет задаваться конечным объединением пространств размерности 4. Практически точно так же будет доказан обход $\mathbb{Z}^8$ и невозможность обхода $\mathbb{Z}^9$ в случае камня и плоскости кирпичей.

Источники и литература

1) Анджанс А. В. Поведение детерминированных и вероятностных автоматов в лабиринтах: Дисс. канд. физ.-мат. наук. Рига, 1987. 90 с
2) Кудрявцев, Г. Килибарда, Ш. Ушчумлич Системы автоматов в лабиринтах. Грант РФФИ № 06-01-00240
3) А. Н. Ширяев, Вероятность: в 2-х кн. Вероятность-1, Вероятность-2, МЦНМО, М., 2004