

О классах самодвойственных функций, неявно предполных в P_k .

Научный руководитель – Касим-Заде Октай Мурадович

Старостин Михаил Васильевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дискретной математики, Москва, Россия
E-mail: turmol@bk.ru

Известно, что в P_2 имеется счетное число замкнутых относительно операции суперпозиции классов. Однако в P_k при $k \geq 3$ их мощность равна мощности континуума, что существенно усложняет изучение их структуры. Одним из способов облегчить задачу описания замкнутых классов в P_k является усиление операции суперпозиции. В частности, Кузнецовым в работе [2] вводится понятие неявной выразимости.

Функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется неявно выразимой над системой Σ , если найдутся такие функции A_i, B_i , выразимые по суперпозиции над множеством $\Sigma \cup \{x\}$, что система неявных уравнений

$$\begin{cases} A_1(x_1, x_2, \dots, x_n, z) = B_1(x_1, x_2, \dots, x_n, z), \\ A_2(x_1, x_2, \dots, x_n, z) = B_2(x_1, x_2, \dots, x_n, z), \\ \dots \\ A_m(x_1, x_2, \dots, x_n, z) = B_m(x_1, x_2, \dots, x_n, z). \end{cases}$$

имеет единственное решение $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Множество всех функций, неявно выразимых над Σ называется неявным расширением Σ . Система функций k -значной логики называется неявно полной в P_k , если ее неявное расширение совпадает с P_k . Система функций называется неявно предполной, если она не является неявно полной, но становится таковой при добавлении всякой не принадлежащей ей функции.

Проблема неявной полноты в P_2 и P_3 в терминах неявно предполных классов была решена в работах [1] и [3] соответственно.

В данной работе получено описание классов самодвойственных функций, неявно предполных в P_k .

Источники и литература

- 1) Касим-Заде О.М. О неявной выразимости булевых функций // Вестник МГУ. Серия 1. Математика. Механика. 1995. №2.
- 2) Кузнецов А.В. О средствах для обнаружения невыводимости или невыразимости // Логический вывод. М.: Наука. 1979.
- 3) Старостин М.В. Критерий неявной полноты в трехзначной логике // Материалы XII Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» имени академика О. Б. Лупанова. 20-25 июня 2016 г. М., 2016. С. 226-229.