

**О сравнении решений однородных стохастических дифференциальных уравнений**

**Научный руководитель – Насыров Фарит Сагитович**

**Асылгареев Артур Салаватович**

*Аспирант*

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия

*E-mail: asylgareevarthur@gmail.com*

Рассматриваются два стохастических дифференциальных уравнения (далее СДУ) с интегралом Стратоновича относительно винеровского процесса:

$$d\xi_t^{(k)} = \sigma_k(\xi_t^{(k)}) * dW_t + b_k(t, \xi_t^{(k)})dt, \quad \xi_t^{(k)}|_{t=t_0} = \xi_0^{(k)}, \text{ где } k = 1, 2. \quad (1)$$

Цель данной работы, являющейся продолжением исследования [1], состоит в доказательстве теоремы сравнения для СДУ (1). Изложенный подход основан на том, что представления решений уравнений (1) известны (см [2]). Это означает, что  $\xi_t^{(k)} = \varphi_k(W_t + C_k(t))$ , где функции  $C_k(t)$ ,  $\varphi_k(u)$  удовлетворяют следующим обыкновенным дифференциальным уравнениям:  $(\varphi_k)'_u(u) = \sigma_k(\varphi_k(u))$ ,  $(C_k)'_t(t) = b_k(t, \varphi_k(W_t + C_k(t)))/\sigma_k(\varphi_k(W_t + C_k(t)))$ , с начальными условиями  $C_k(0) = 0$ ,  $k = 1, 2$ .

Положим в дальнейшем  $m(t) = \min_{s \leq t} W_s$ ,  $M(t) = \max_{s \leq t} W_s$ . Основным результатом является следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть для всех  $t \geq 0$  выполнены следующие условия:

a)  $\varphi_2(m(t) + C_2(t)) \geq \varphi_1(m(t) + C_1(t))$  п.н.,

b)  $\sigma_2(u) \geq \sigma_1(u)$ , для всех  $u \in R$ .

Тогда  $\xi_t^{(2)} \geq \xi_t^{(1)}$  для всех  $t \geq 0$  с вероятностью 1.

**Следствия 1.** Пусть для всех  $t \geq 0$ , выполнены следующие условия:

a)  $\varphi_2(l) \geq \varphi_1(l)$ , для всех  $l \in [m(t) + C_1(t), M(t) + C_2(t)]$  п.н.,

b)  $\sigma_2(u) \geq \sigma_1(u)$ ,  $\sigma_2(u) > 0$ , для всех  $u \in R$ ,

c)  $C_2(t) \geq C_1(t)$  п.н..

Тогда  $\xi_t^{(2)} \geq \xi_t^{(1)}$  для всех  $t \geq 0$  с вероятностью 1.

2. Пусть для всех  $t \geq 0$  выполнены следующие условия:

a)  $m(t) + C_1(t) \geq 0$  п.н.,

b)  $\sigma_2(u) \geq \sigma_1(u) > 0$ , для всех  $u \in R$ ,

c)  $C_2(t) \geq C_1(t)$  п.н..

Тогда  $\xi_t^{(2)} \geq \xi_t^{(1)}$  для всех  $t \geq 0$  с вероятностью 1.

Впервые теорему сравнения для СДУ установил А.В. Скороход (см [3]), однако, в ней, как и в большинстве последующих работ других авторов, рассматривался случай, когда  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ . В данной работе это ограничение не является обязательным.

**Источники и литература**

- 1) Асылгареев А. С., Насыров Ф. С. О теоремах сравнения и устойчивости с вероятностью 1 одномерных стохастических дифференциальных уравнений. Сибирский математический журнал, Том 57 (2016), Номер 5, стр. 969–977
- 2) Насыров Ф.С. Локальные времена, симметричные интегралы и стохастический анализ. М.: ФИЗМАТЛИТ 2011
- 3) Скороход А.В. Исследования по теории случайных процессов. – К., 1961 – 216 с.