

Метод второго момента в задаче о полноцветной раскраске гиперграфов

Научный руководитель – Шабанов Дмитрий Александрович

Кравцов Дмитрий Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: kravtsovdmistri@gmail.com

В работе рассматривается задача, при каком c случайный однородный гиперграф $H(n, k, cn)$ с вероятностью, стремящейся к 1, имеет полноцветную раскраску в 3 цвета. Для доказательства этой задачи построены нижние и верхние оценки для числа c . Верхняя оценка получается из расчета вероятности $P(X > 0)$, где X - число правильных сбалансированных раскрасок гиперграфа $H(n, k, cn)$. Однако основной проблемой является построение нижней оценки. Для этого в работе используется метод вторых моментов в случае однородного сбалансированного гиперграфа $H(n, k, cn)$, который позволяет оценить вероятность существования полноцветной раскраски. Основная цель - доказательство того, что:

$$\frac{EX^2}{(EX)^2} < C$$

где, C - некоторая константа, а X - число правильных сбалансированных раскрасок гиперграфа $H(n, k, cn)$. При построении оценки второго момента рассмотрены три принципиально различных случая в зависимости от характеристик произвольных раскрасок τ и σ , проведены расчеты, и доказано, что при

$$c > \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^k \cdot \ln 3 - \frac{\ln 3}{2} - O\left(\left(\frac{8}{16}\right)^k\right)$$

вероятность существования полноцветной раскраски стремится к 1. Решение этой задачи позволяет понять методику обобщения поставленной проблемы на случай полноцветной раскраски в r цветов.

Источники и литература

- 1) E. Friedgut, Necessary and sufficient conditions for sharp thresholds of graph properties, and the k-SAT problem. J Amer Math Soc 12 (1999), 1017–1054
- 2) M. Krivelevich, and B. Sudakov, The chromatic numbers of random hypergraphs. Random Structres Algorithms 12 (1998), 381–403.
- 3) N. Alon and J. Spencer, A note on coloring random k-sets. Unpublished manuscript