

GM-оценивание параметра AR(1) модели в схеме с засорениями.

Научный руководитель – Болдин Михаил Васильевич

Петриев Максим Николаевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: maxpetriev@gmail.com

Рассмотрим AR(1) модель :

$$u_t = \beta_1 u_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

$\{\varepsilon_t\}$ невырожденные н.о.р случайные величины с неизвестной функцией распределения $G(x)$ и Лебеговой плотностью $g(x)$, $E(\varepsilon_1) = 0$, $E\varepsilon_1^2 < \infty$; $|\beta| < 1$, β - неизвестный параметр. Вместо $\{u_t\}$ наблюдаются величины:

$$y_t = u_t + z_t^{\gamma_n} \xi_t.$$

$\{z_t^{\gamma_n}\}$ независимые биномиальные величины $Bi(1, \gamma_n)$, $\gamma_n = \min(1, \frac{\gamma}{\sqrt{n}})$, γ - уровень засорения; $\{\xi_i\}$ последовательность н.о.р случайных величин с неизвестным распределением μ . Последовательности $\{u_i\}$, $\{z_i^{\gamma_n}\}$, $\{\xi_i\}$ предполагаются независимыми между собой.

По наблюдениям $\{y_t\}$ будем строить оценку неизвестного параметра β . Определим функционал $l_n(\theta) := n^{-1/2} \sum_{t=1}^n (y_{t-1})\psi(y_t - \theta y_{t-1})$. GM-оценка определяется, как решение следующего уравнения:

$$l_n(\theta) = 0 \quad (2)$$

При некоторых технических условиях на функции φ и ψ верно следующее

Утверждение 1 . Пусть $\Phi(x)$ - функция Лапласа. С вероятностью, стремящейся к единице, существует последовательность корней уравнения (2) - $\hat{\beta}_{n,GM}^Y$ такая, что

$$\sup_{x, \mu, \gamma \leq \Gamma} |\mathbb{P}(n^{1/2}(\hat{\beta}_{n,GM}^Y - \beta) \leq x) - \Phi((x - \gamma \Delta_1^{-1} \Delta_2) \Delta_1 / \sigma)| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad (3)$$

где $\Delta_1 := E u_0 \varphi(u_0) \int_{\mathbb{R}} g(x) d\psi$, $\Delta_2 := E \varphi(u_0) E \psi(\varepsilon_1 + \xi_1) + E \varphi(u_0 + \xi_0) \psi(\varepsilon_1 - \beta \xi_0)$, $\sigma^2 := E \psi^2(\varepsilon_1) E \varphi^2(u_0)$.

Источники и литература

- 1) Болдин М.В., Симонова Г.И., Тюрин Ю.Н. Знаковый статистический анализ линейных моделей. — М.: Наука. Физматлит, 1997.
- 2) И.А. Ибрагимов, Ю.В. Линник. Независимые и стационарно связанные величины. — М.: Издательство, 1965.