

**Численный анализ фазовых переходов в надкритическом ветвящемся случайном блуждании**

**Научный руководитель – Яровая Елена Борисовна**

***Балашова Дарья Михайловна***

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия  
*E-mail: dashabalashova@gmail.com*

Рассматривается ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) по решетке  $\mathbb{Z}^d$ ,  $d \geq 1$  с непрерывным временем. Предполагается, что в начальный момент времени существует единственная частица, которая находится в точке  $x_i \in \mathbb{Z}^d$ , размножение и гибель могут происходить в точках  $x_i \in \mathbb{Z}^d$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Асимптотика поведения средних численностей частиц как в произвольном узле решетки, так и на всей решетке описана в терминах эволюционного оператора  $\mathcal{H}_\beta$ , см., напр., [1]:

$$\mathcal{H}_\beta = \mathcal{A} + \sum_{i=1}^N \beta_i \delta_{x_i} \delta_{x_i}^T, \quad x_i \in \mathbb{Z}^d,$$

где  $\mathcal{A} : l^p(\mathbb{Z}^d) \rightarrow l^p(\mathbb{Z}^d)$ ,  $p \in [1, \infty]$  — симметрический оператор,  $\delta_x = \delta_x(\cdot)$  — вектор-столбец, принимающий единичное значение в точке  $x$  и нули в остальных точках. Оператор  $\mathcal{A}$  описывает лежащее в основе ВСБ симметричное случайное блуждание по решетке [2], параметры  $\beta_i$  задают интенсивности источников ветвления — в каждом из них рассматривается процесс Гальтона–Ватсона с инфинитезимальной производящей функцией  $f_i(u) = \sum_{n=0}^{\infty} b_{i,n} u^n$ ,  $\beta_i = f'_i(1)$ .

Цель работы — провести численный анализ фазовых переходов в надкритическом случайном блуждании, при котором наблюдается экспоненциальный рост численностей частиц в каждой точке решетки. Построены модели с находящимися в вершинах симплекса двумя и тремя источниками ветвления как с положительными  $\beta$ , так и отрицательными  $-\beta$  интенсивностями. В этом случае для ВСБ с симплицальной конфигурацией источников установлено, что число изолированных положительных собственных значений не превышает числа источников с положительной интенсивностью  $\beta$  с учетом кратности. Полученный результат согласуется с представленной в [2] моделью для произвольного количества источников с одинаковыми положительными интенсивностями.

**Источники и литература**

- 1) Яровая Е.Б. (2012) Спектральные свойства эволюционных операторов в моделях ветвящихся случайных блужданий. Математические заметки 92(1):115–131
- 2) EB (2016) Positive discrete spectrum of the evolutionary operator of supercritical branching walks with heavy tails. Methodology and Computing in Applied Probability pp 1–17, DOI 10.1007/s11009-016-9492-9