Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Об области максимального притяжения монотонного преобразования нормальной случайной величины

Научный руководитель – Питербарг Владимир Ильич

Трошин Виктор Викторович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: vytek@rambler.ru

<p>Построение моделей по данным, предположительно имеющим разные хвосты, является нередкой задачей при исследовании финансовых и экономических данных, а также в некоторых областях физики. Временные ряды с разными хвостами распределения удобно моделировать при помощи гауссовских временных рядов в силу развитости техники работы с ними и простого вида зависимости между наблюдениями. В данной работе исследуются предельные распределения максимума последовательности преобразования независимых копий случайной величины. Найдены необходимые и достаточные условия для области максимального притяжения Вейбулла и Фреше, А так же достаточные и легко проверяемые для всех областей притяжения.c Основные утверждения:

Теорема 1. *Пусть X – стандартная нормальная случайная величина, $f(x)$ – дважды дифференцируема в выколотой окрестности бесконечности, причем ее первая производная положительна. Тогда для того, чтобы $P(f(X)gt;y)$ правильно менялась на бесконечности с отрицательным показателем $-\alpha$ (то есть для того, чтобы $f(X) \in FMDA(\alpha)$), необходимо и достаточно, чтобы нашлась правильно меняющаяся в нуле с показателем $-1/\alpha$ функция $G(x)$ такая, что*

$$G(\Psi(z)) \sim f(z).$$

nbsp;

Теорема 2. *Пусть X - стандартная нормальная случайная величина, f(x) - дважды дифференцируемая для всех $xgt;x_0$ функция с положительной первой производной. Для того, чтобы f(X) принадлежала области максимального притяжения Вейбулла $\Psi(\alpha), \alpha gt;0$, необходимо и достаточно выполнения условия*

$$x_F - f(z) \sim G(\Psi(z)),$$

где $G(x)$ - правильно меняющаяся в нуле функция с показателем $\frac{1}{\alpha}$

Предложение 1. *Пусть $f(x)$ строго возрастает и дважды дифференцируема при $xgt;x_0$, причем $\sup f(x) = x_F lt;\infty$. Пусть X - стандартная нормальная случайная величина. Тогда если при $xgt;x_0$ имеет место представление*

$$x_F - f(x) = C\exp\{-\frac{x^2}{2\alpha} + \int_0^x sg(s)ds\}$$

для некоторых Cgt;0 и дважды дифференцируемой функции $g(x)$, такой, что $g(x) \to 0$ и $\frac{g'(x)}{x} \to 0$, при $x \to \infty$, то $f(X) \in MDA(\Psi(\alpha))$

Предложение 2. *Распределение случайной величины f(X) является функцией фон Мизеса тогда и только тогда, когда*

$$\frac{f''(z)}{zf'(z)} \to 0,\ z \to \infty.$$

nbsp;

</p>

Источники и литература

1) В.И. Питербарг, А.Мазур, *Гауссовские копульные временные ряды с тяжелыми хвостами и сильной временной зависимостью*

2) Embrechts P., Klüppelberg C. and Mikosch T. (1997) *Modelling Extremal Events: for Insurance and Finance*, Springer, Berlin.