Секция «Геометрия и топология»

Биллиардная задача в невыпуклых многоугольниках.

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Москвин Виктор Александрович
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: aoshi.k68@gmail.com

Биллиардная задача(биллиард) – динамическая система, описывающая движение материальной точки внутри области с естественным абсолютно упругим отражением на границе(угол падения равен углу отражения). В книге С.Л. Табанчикова [1] дан обзор современных исследований биллиардов. Мы используем теорию А.Т. Фоменко для описания топологии совместных поверхностей уровня интегралов, которая в случае полных потоков изложен в книге Болсинова-Фоменко [2]. Также в работе применялись методы, которые использовались в работе [3] для классификации биллиардов, ограниченных софокусными квадриками. В данной работе были исследованы биллиардные задачи, потоки в которых не являются полными, а совместные уровни интегралов не являются торами. Рассмотрим биллиарды в невыпуклых, склеенных из квадратов, областях на плоскости. Без ограничения общности будем считать, что стороны области параллельны координатным линиям. Траектории, попавшие в прямые углы, мы доопределим по непрерывности. Поступить так же с траекториями, попавшими в вершину тупого угла, сохраняя при этом непрерывность системы, невозможно. Требование абсолютной упругости удара даёт нам первый интеграл – в любом таком биллиарде сохраняется квадрат длины вектора скорости. Второй интеграл системы λ равен углу между направлением траектории и осью OX. Пусть k число углов излома граничной кривой, равных $\frac{3\pi}{2}$.
Теорема 1. *Для всех неособых(не равных 0 и $\frac{\pi}{2}$) значений интеграла λ поверхность уровня интеграла $\lambda = \alpha$ в изоэнергетической поверхности Q^3 динамической системы биллиарда в односвязной, склеенной из квадратов области, гомеоморфна сфере с $k+1$ ручками с $2k$ выколотыми точками, являющимися прообразами тупых углов. Для особых значений интеграла поверхность уровня интеграла λ гомеоморфна k лентам ($[0,1] \times [0,1]$), приклеенным к кольцу без $2k$ точек.*

Источники и литература

1) С. Л. Табачников. Геометрия и биллиарды. М.-Ижевск:НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2011

2) А.В. Болсинов/А.Т. Фоменко. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Ижевск НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 1999.Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Т.1

3) Фокичева В. В. Топологическая классификация биллиардов в локально-плоских областях, ограниченных дугами софокусных квадрик // Математический сборник. — 2015. — Т. 206, № 10. С. 127–176.