

**Качественный анализ задачи о брахистохроне с сухим и вязким трением и разгоняющей силой**

**Зароднюк Алёна Владимировна**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления,  
Москва, Россия

*E-mail: alenaz\_90@inbox.ru*

Рассматривается задача быстрогодействия и связанная с ней задача максимизации горизонтальной дальности движения точки за фиксированное время. Материальная точка движется в вертикальной плоскости под действием сил сухого и вязкого трения, пропорционального первой степени скорости, в однородном поле сил тяжести. Целью предлагаемой работы является качественный анализ этих задач, являющихся обобщением задачи о брахистохроне, позволяющий установить характерные свойства оптимальных траекторий без численного моделирования. Подобные задачи исследовались в работе [1].

Интерес к задаче о брахистохроне при наличии сопротивления вызван различными возможными приложениями, такими, как, управление направлением постоянной по модулю тягой летательного аппарата для минимизации времени перехода из одной точки орбиты в другую или задаче об оптимальном догоне прямолинейно движущегося самолёта.

Целью предлагаемой статьи является качественный анализ задачи о брахистохроне при наличии сухого и вязкого сопротивления, а также при наличии разгоняющей силы, позволяющий установить характерные свойства траекторий без численного моделирования. Проводится анализ фазовых траекторий этой системы, и выясняются их характерные свойства, а также свойства траекторий движения в вертикальной плоскости, проиллюстрированные численным интегрированием.

Для случая сухого трения удаётся однозначно раскрыть модуль управления для всех возможных значений коэффициента сухого трения. Устанавливаются качественный вид фазового портрета системы и свойства траекторий движения рассматриваемой точки. Для случая сухого и вязкого сопротивления находится множество начальных скоростей, при которых модуль управления раскрывается однозначно. Выясняется качественный вид фазового портрета при таких начальных условиях и качественный вид траекторий движения в вертикальной плоскости. Анализ показывает, что включение в систему вязкого трения приводит к радикальной перестройке фазового портрета исследуемой системы. При наличии постоянной разгоняющей силы также проводится качественный анализ задачи, выясняются характерные свойства фазовых траекторий и траекторий движения в вертикальной плоскости.

**Источники и литература**

- 1) Голубев Ю.Ф. Брахистохрона с трением // Известия РАН. Теория и системы управления, 2010, No 5, 41-52.

**Слова благодарности**

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-31-00204.